

## 2.6 Optimisation

Le calcul des possibilités forestières se résout par optimisation. Un modèle de programmation linéaire traduit la stratégie d'aménagement. La *fonction objectif* vise à maximiser le volume de bois récolté. Les objectifs d'aménagement et les contraintes réglementaires sont des *contraintes à l'optimisation*. Le résultat de l'optimisation est un calendrier d'interventions.

### Description

Le calcul des possibilités forestières est un exercice de modélisation. La modélisation à long terme de l'évolution de la forêt en fonction des effets de l'aménagement se fait par programmation linéaire<sup>1</sup>. La résolution du calcul se fait par optimisation<sup>1</sup> : la stratégie d'aménagement qui permet une possibilité forestière maximale tout en respectant l'atteinte des autres objectifs d'aménagement durable est recherchée. L'optimisation implique que soient définies *des variables décisionnelles*, une *fonction objectif* et *des contraintes à l'optimisation* (encadré 1).

La complexité et la vitesse de résolution du calcul dépend du nombre de *variables décisionnelles* et de *contraintes à l'optimisation* intégrées au modèle. Le principe de parcimonie<sup>2</sup> s'applique dans le choix des éléments de la stratégie à modéliser, ceci pour assurer que le calcul demeure un outil d'aide à la décision qui soit efficace. Un modèle trop simple ne permet pas de bien comprendre la complexité du système tandis qu'un modèle trop complexe conduit à trop d'incertitudes, de difficultés d'interprétation et une lenteur d'exécution.

### Définir les variables décisionnelles du modèle

Les *variables décisionnelles* du calcul décrivent quelles superficies forestières peuvent être récoltées par quel traitement, où et quand<sup>3</sup>. Elles représentent les choix de récolte possibles considérant les groupes de strates, les scénarios sylvicoles et les entités territoriales d'une unité d'aménagement. Le nombre de ces éléments a un effet

multiplicateur sur la quantité de *variables décisionnelles* à traiter dans un calcul. Un calcul peut impliquer des milliers de *variables décisionnelles* considérant qu'une unité d'aménagement peut comporter des dizaines de groupes de strates, un à trois scénarios sylvicoles par groupe de strates et de nombreuses entités territoriales<sup>4</sup>.

### La fonction objectif

La *fonction objectif* du calcul est formulée selon la valeur à optimiser (encadré 1). Aux fins du calcul des possibilités forestières 2013-2018, la valeur à optimiser est le volume de bois total (toutes essences) récolté<sup>5</sup>. Cette valeur est obtenue en trouvant la combinaison de superficies récoltées qui génèrent le plus grand volume de bois. Un ensemble de *contraintes à l'optimisation*, dont celles liées à l'obligation de rendement soutenu<sup>6</sup>, balisent la résolution de la *fonction objectif*.

### Les contraintes à l'optimisation

Les objectifs d'aménagement<sup>7</sup> et les restrictions d'ordre budgétaire, opérationnel ou réglementaire<sup>8</sup> peuvent être intégrés dans le modèle sous forme de *contraintes à l'optimisation*. En programmation linéaire, ces contraintes balisent la recherche de la solution optimale en définissant une zone de faisabilité (encadré 1). Plus le modèle comprend de *contraintes*, plus la zone de faisabilité est restreinte et moins de solutions sont possibles.

<sup>1</sup> Les logiciels WOODSTOCK (Remsoft 2006) et MOSEK (APS 2013) sont utilisés pour construire le modèle par programmation linéaire et pour le résoudre, respectivement.  
<sup>2</sup> Se référer à la démonstration de Kimmins et al. (2008) : un modèle doit être « aussi simple que possible, mais aussi complexe que nécessaire ».  
<sup>3</sup> Les superficies aménagées selon tel traitement sylvicole, pour tel groupe de strates et pour telle entité territoriale réfèrent aux « types de développement » dans WOODSTOCK.

<sup>4</sup> Se référer au fascicule 2.1 – Cartographie.  
<sup>5</sup> Plus précisément, la *fonction objectif* intégrée dans WOODSTOCK cherche à maximiser ce volume sur la base d'un maximum possible à la période critique.  
<sup>6</sup> Se référer au fascicule 1.3 – Rendement soutenu.  
<sup>7</sup> Se référer aux fascicules du chapitre 4 sur les objectifs d'aménagement.  
<sup>8</sup> Se référer au futur Règlement sur l'aménagement durable des forêts (MRNF 2010).

Credit : Bureau du forestier en chef

Encadré 1 – Modéliser par programmation linéaire : un exemple

Définition du problème

Un agriculteur veut obtenir un revenu d'appoint en exploitant le boisé derrière son champ. Quel est le revenu maximal qu'il peut tirer cette année compte tenu qu'il ne veut pas allouer plus de la moitié de son temps à l'aménagement de sa forêt?

Données de base

	Plantation de pin rouge	Érablière
Superficie forestière	40 ha	50 ha
Revenu	90 \$/ha	120 \$/ha
Effort requis	2 j/ha	3 j/ha

Modélisation du problème

Définir les variables décisionnelles

Ces variables permettent d'exprimer mathématiquement l'objectif (trouver le revenu maximal) et les contraintes (superficies et temps). Dans cet exemple, le revenu est généré par les superficies aménagées. Ainsi, les variables décisionnelles sont :

- $X_1$  = hectares de plantation de pin rouge
- $X_2$  = hectares d'érablière

Définir la fonction objectif

La fonction objectif est l'équation qui met en relation les variables décisionnelles et leurs coefficients déterminants de la valeur à optimiser. Dans cet exemple, les superficies sont multipliées par les revenus à l'hectare afin d'obtenir un revenu maximal, soit :

$$\text{Revenu} = 90 X_1 + 120 X_2$$

$$(\$) = (\$/\text{ha}) * (\text{ha}) + (\$/\text{ha}) * (\text{ha})$$

Définir les contraintes à l'optimisation

Les contraintes à l'optimisation limitent les valeurs possibles des variables décisionnelles pour atteindre l'objectif. Dans cet exemple, deux contraintes doivent être respectées :

- 1) Les superficies aménagées ne peuvent dépasser les superficies disponibles, soit :
  - $X_1 \leq 40$  ha de plantation de pin rouge
  - $X_2 \leq 50$  ha d'érablière
- 2) Le temps consacré à l'aménagement ne peut dépasser 180 jours par année, soit :

$$2 X_1 + 3 X_2 \leq 180$$

$$(\text{j/ha}) * (\text{ha}) + (\text{j/ha}) * (\text{ha}) \quad (\text{j})$$

La matrice

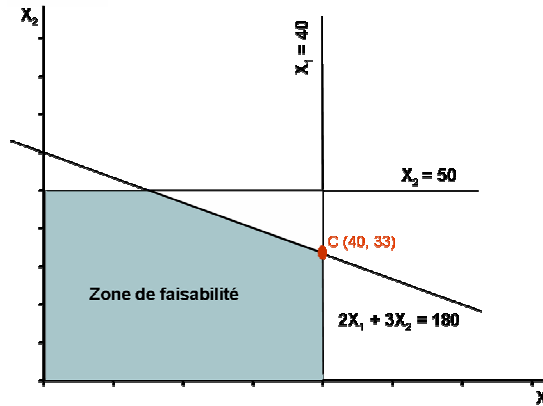
Les variables décisionnelles, la fonction objectif et les contraintes à l'optimisation sont représentées par une matrice de programmation linéaire. Les colonnes représentent les variables décisionnelles et les lignes, la fonction objectif et les contraintes à l'optimisation. Les valeurs inscrites dans la matrice sont les paramètres des équations linéaires.

Fonction objectif et contraintes à l'optimisation	Variables décisionnelles		
	X1	X2	
Revenu	90	120	
Superficie de plantation	1		$\leq 40$ ha
Superficie d'érablière		1	$\leq 50$ ha
Temps	2	3	$\leq 180$ j

Zone de faisabilité

L'ensemble des solutions réalisables constitue la zone de faisabilité. Elle est délimitée par le croisement des contraintes à l'optimisation. La solution optimale se trouve à l'une des extrémités de la zone de faisabilité. La représentation graphique est facile lorsque le problème à résoudre est limité à deux ou trois variables décisionnelles. Or, un calcul des possibilités forestières peut comporter des milliers de variables décisionnelles.

Dans cet exemple, la solution optimale est représentée par le « C » sur le graphique. Le revenu maximal que peut tirer l'agriculteur, compte tenu des contraintes, est de 7 600 \$.



Source : Adapté de Buongiorno et Gilles (2003).

La zone de faisabilité est d'autant plus restreinte lorsque les contraintes sont rigides. Par exemple, une contrainte d'égalité est plus contraignante qu'un seuil à ne pas dépasser. À l'extrême, la zone de faisabilité peut devenir tellement limitée que le recours à l'optimisation perd de sa pertinence; il n'y a qu'une solution possible. Or, l'optimisation est avantageuse lorsque plusieurs solutions sont possibles.

Par ailleurs, certaines contraintes à l'optimisation peuvent s'avérer incompatibles avec l'état actuel de la forêt et

conduire à une solution infaisable. Par exemple, une solution infaisable survient lorsque la proportion de vieilles forêts est en deçà du seuil à respecter dès la première période. Un scénario d'évolution naturelle théorique ou une programmation par objectif permet d'établir des contraintes réalisables.

Le scénario d'évolution naturelle théorique<sup>9</sup> est réalisé avant d'intégrer une contrainte au modèle afin de détecter

<sup>9</sup> Ce scénario fait évoluer la forêt sans interventions forestières.

les périodes où l'évolution de la forêt ne permet pas de respecter les seuils de la *contrainte* examinée. La *contrainte* peut alors être modulée avant d'être intégrée au modèle. Par exemple, un seuil de vieilles forêts impossible à respecter à la première période peut être reporté à une période subséquente.

La programmation par objectif<sup>10</sup> permet de convertir une *contrainte* en cible. Par exemple, cette programmation peut être utilisée lorsque l'objectif est d'augmenter de manière constante les superficies aménagées de façon intensive, mais que la cible ne peut être atteinte à certaines périodes. Ainsi, la programmation par objectif permet de déterminer les superficies les plus proches de la cible qu'il est possible de prévoir à ces périodes.

Compte tenu de ces limites, le principe de parcimonie s'applique également dans le choix des *contraintes* à inclure dans le modèle. Les *contraintes* intégrées en priorité dans le modèle sont celles reliées aux restrictions d'ordre réglementaire, budgétaire ou opérationnel ou à des objectifs d'aménagement critiques pour assurer un aménagement durable. Pour alléger la résolution du modèle, certains objectifs d'aménagement moins critiques ne sont pas intégrés comme *contrainte à l'optimisation*, mais font l'objet de suivi<sup>11</sup>.

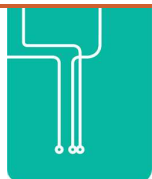
## Le résultat : un calendrier d'interventions optimal

La résolution du modèle produit un calendrier d'interventions forestières optimal<sup>12</sup>, soit celui qui maximise les volumes de bois possibles de récolter tout en respectant le rendement soutenu et autres contraintes. Le calendrier prend la forme d'une liste de superficies à récolter par traitement et par groupe de strates et ce, pour chacune des entités territoriales et chacune des périodes que couvre le calcul (30 périodes, 150 ans). Ce calendrier est de portée stratégique : il considère l'échelle du groupe de strates et un long horizon temporel.

Pour une mise en œuvre opérationnelle, à l'échelle du peuplement et à court terme (ex. : 5 ans), des analyses complémentaires accompagnent les résultats du calcul.

## Références

- Bettinger, P., K. Boston, J.P. Siry et D.L. Grebner. 2009. Forest management and planning. Academic Press, Londres, UK, 331 p.
- Buongiorno, J. et J.K. Gilles. 2003. Decision method for forest resource management. Academic Press, Londres, UK, 439 p.
- Kimmins, J.P., J.A. Blanco, B. Seely, C. Welham et K. Scoullar. 2008. Complexity in modelling forest ecosystems: How much is enough? Forest Ecology and Management, 256 : 1646-1658.
- MRNF. 2010. Consultation sur l'aménagement durable des forêts du Québec : document de consultation publique – Stratégie d'aménagement durable des forêts et modalités proposées pour le futur règlement sur l'aménagement durable des forêts. Gouvernement du Québec, Québec, Qc, 104 p.  
<http://consultation-adf.mrn.gouv.qc.ca/pdf/document-consultation-adf.pdf> (consulté le 29 juillet 2013)
- MOSEK ApS. 2013. The MOSEK optimization tools manual. Version 6.0 (Revision 148). Danemark, 401 p.  
<http://docs.mosek.com/6.0/tools.pdf> (consulté le 23 octobre 2013)
- Remsoft. 2006. WOODSTOCK Modeling reference v 2006.8. Remsoft Incorporated, Fredericton, N.-B., 104 p.



**Rédaction :** Héroïse Rheault, biol., Ph.D.

**Collaboration :** Jean-François Carle, ing.f., M.Sc. (BFEC), Bruno Cournoyer, ing.f. (BFEC), Frédéric Dufour, ing.f. (BFEC), Claude Fortin, ing.f. (BFEC), Jérôme Garet, ing.f., M.Sc. (BFEC), Jean Girard, ing.f., M.G.P. (BFEC), Simon Guay, ing.f. (BFEC), Gaétan Laberge, ing.f., M.Sc. (DGR), Daniel Pelletier, ing.f. (BFEC), François Plante, ing.f. (BFEC), Maxime Renaud, ing.f., M.Sc. (BFEC) et Richard Tremblay, tech.f. (BFEC).

**Référence à citer :** Rheault, H. 2013. Optimisation. Fascicule 2.6. Dans Bureau du forestier en chef. Manuel de détermination des possibilités forestières 2013-2018. Gouvernement du Québec, Roberval, Qc, pp. 67-69.

<sup>10</sup> Réfère au « Goal programming », Bettinger et al. (2009).

<sup>11</sup> Se référer au fascicule 2.5 – Variables de suivi.

<sup>12</sup> Réfère au « Schedule » dans WOODSTOCK.